

BOARD OF SCHOOL EDUCATION HARYANA

MARKING SCHEME

CLASS: 12th (Sr. Secondary)

Practice Paper 2024 – 25

SET – A

गणित

MATHEMATICS

[Hindi and English Medium]

(ACADEMIC / OPEN)

- मार्किंग स्कीम में दिए गए हल केवल एक विधि है इसके अतिरिक्त सब विधियां भी बराबर मान्य होंगी यदि वे गणितीय रूप से सही हैं ।
- The solution methods adopted in the marking scheme are suggestive. Different methods are also acceptable if these are mathematically correct.

Section -A : (1 Mark each)

Question No. प्रश्न क्रमांक	Answer उत्तर	Hints/ Solution संकेत / हल
1.	C	For $x, y \in R$ if $x = y$ then $(x)^3 = (y)^3$, so $f(x) = x^3$ is one-one. Cube root (preimage) of any negative number does not exist in R, so $f(x) = x^3$ is not onto. $x, y \in R$ के लिए यदि $x = y$ तो $(x)^3 = (y)^3$, अतः $f(x) = x^3$ एकैकी है। किसी भी ऋणात्मक संख्या का घनमूल (पूर्व प्रतिबिम्ब) R में उपलब्ध नहीं है । अतः $f(x) = x^3$ आच्छादक नहीं है ।

2.	$-\frac{\pi}{4}$	माना (Let) $\operatorname{cosec}^{-1}(-\sqrt{2}) = y$ $\operatorname{cosec} y = -\sqrt{2} = -\operatorname{cosec} \frac{\pi}{4} = \operatorname{cosec} \left(-\frac{\pi}{4}\right),$ $y = \frac{\pi}{4}$
3.	A	No. of elements in $A = 2 \times 2 = 4$ Each of 4 elements can be filled in two possible ways . So, Required number of such possible matrices $= 2^4 = 16$ आव्यूह में A अवयवों की संख्या $= 2 \times 2 = 4$ प्रत्येक 4 अवयवों को दो संभव तरीकों से भरा जा सकता है अतः ऐसी वांछित आव्यूहों की संख्या $= 2^4 = 16$
4.	C	यहां (Here) $ A^{-1} = \frac{1}{5}$ इसलिए (So) $ A = \frac{1}{ A^{-1} } = 5$ $ \operatorname{adj} A = A ^{n-1}$, यदि (if) $\operatorname{order}(A) = n$ इसलिए (So) $ \operatorname{adj} A = 5^2 = 25$
5.	D	शेष सभी सही हैं All other are correct.
6.	1	$y = x - \pi$ $\frac{dy}{dx} = 1$
7.	$\frac{2x \cdot e^{x^2}}{-\sin x}$	$\frac{df}{dg} = \frac{\frac{df}{dx}}{\frac{dg}{dx}} = \frac{2x \cdot e^{x^2}}{-\sin x}$
8.	B	$f(x) = e^{\cos^2 x} \sin^3(2n+1)x$ $f(-x) = e^{\cos^2(-x)} \sin^3(2n+1)(-x)$ $f(-x) = -e^{\cos^2 x} \sin^3(2n+1)x = -f(x)$ So $f(x)$ is an odd function. $\int_{-a}^a \text{odd function } dx = 0$ इसलिए $f(x)$ एक विषम फलन है।

		$\int_{-a}^a \text{विषम फलन } dx = 0$
9.	$\tan^{-1}(e^x) + c$	$\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}} = \int \frac{dx}{e^x + \frac{1}{e^x}} = \int \frac{e^x dx}{e^{2x} + 1}$ माना (Let $e^x = t$ $e^x dx = dt$ $= \int \frac{dt}{t^2 + 1} = \tan^{-1}t = \tan^{-1}(e^x) + c$
10.	B	$\int \frac{1 \cdot dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$ $\int (\sec^2 x + \operatorname{cosec}^2 x) dx = \tan x - \cot x + c$
11.	A	विशिष्ट हल में कोई स्वेच्छ अचर नहीं होता है। Particular solution has no arbitrary constants.
12.	1	Since the highest power raised to $\frac{d^2 y}{dx^2}$ is one. क्योंकि $\frac{d^2 y}{dx^2}$ की घात 1 है।
13.	B	All rest are scalar. शेष सभी अदिश हैं।
14.	B	$\vec{b} \text{ के अनुरूप } \vec{a} \text{ का सदिश घटक} = \left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \right) \vec{b}$ $\text{Vector component of } \vec{a} \text{ along } \vec{b} = \left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \right) \vec{b}$ $= \frac{18}{25} (3\hat{j} + 4\hat{k})$
15.	D	$ \vec{a} + \vec{b} ^2 = 1$ $ \vec{a} ^2 + \vec{b} ^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ $1 + 1 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ $2\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$

		$\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{-1}{2}$ Where जहाँ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos \theta$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 1 \cdot \cos \theta$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \cos \theta = \frac{-1}{2}$ So इसलिए $\theta = \frac{2\pi}{3}$
16.	B	यदि घटनाएं A व B परस्पर स्वतंत्र घटनाएं हैं तो A' व B' भी परस्पर स्वतंत्र घटनाएं होंगी अतः $P(A'B') = P(A')P(B')$ $= [1 - P(A)][1 - P(B)]$ If A and B are independent events then A' and B' will also be independent so : $P(A'B') = P(A')P(B')$ $= [1 - P(A)][1 - P(B)]$
17.	C	$P(A/B) > P(A)$ $\Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} > P(A)$ $\Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} > P(B)$ $\Rightarrow P(B/A) > P(B)$
18.	Not Defined अपरिभाषित	$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ $= \frac{P(A \cap B)}{0}$ = Not defined (अपरिभाषित)
19.	C	A is true but R is false. A सही है परंतु R गलत है ।

20.	D	A is False since f is not a function but R is true. A गलत है क्योंकि f एक फलन नहीं है परतुं R सही है।
-----	---	---

खंड – ब

SECTION – B

(2×5=10)

21.	R is reflexive, as 2 divides $(a - a) \forall a \in Z$ If 2 divides $(a - b)$ then 2 divides $(b - a) \forall a, b \in Z$ So R is symmetric. If 2 divides $(a - b)$ and 2 divides $(b - a)$ $\forall a, b, c \in Z$ Then 2 divides $(a - b) + (b - c)$ i.e. $(a - c)$. So R is transitive. Therefore R is an equivalence relation. R स्वतुल्य है क्योंकि समस्त $a \in Z$ के लिए 2, $(a - a)$ को विभाजित करता है। पुनः यदि समस्त $a, b \in Z$ के लिए 2, $(a - b)$ को विभाजित करता है तो 2, $(b - a)$ को भी विभाजित करेगा। अतः R सममित है। पुनः यदि समस्त $a, b, c \in Z$ के लिए 2, $(a - b)$ को विभाजित करता है तथा 2, $(b - c)$ को भी विभाजित करता है तो 2, $(a - b) + (b - c) = (a - c)$ को भी विभाजित करेगा। अतः R संक्रामक है। अतः सम्मुच्चय Z में R एक तुल्यता संबंध है। अथवा (OR) Taking $x = a \tan \theta$ लीजिए	1 1 1 1
-----	---	-------------------------------------

	$\tan^{-1}\left(\frac{3a^2x - x^3}{a^3 - 3ax^2}\right)$ $= \tan^{-1}\left(\frac{3a^2 \cdot a \tan\theta - a^3 \tan^3\theta}{a^3 - 3a \cdot a^2 \tan^2\theta}\right)$ $= \tan^{-1}\left(\frac{3 \tan\theta - \tan^3\theta}{1 - 3 \tan^2\theta}\right)$ $= \tan^{-1}(\tan 3\theta) = 3\theta = 3 \tan^{-1}x$	1 1
22.	$A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; 2B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ $A + 2B = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ $(A + 2B)' = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$
23.	$x = 3$ पर f सतत होगा यदि $R.H.L. = L.H.L.$ f will be continuous at $x = 3$ if $R.H.L. = L.H.L.$ $3a + 1 = 3b + 3$ $3a = 3b + 2$ $\Rightarrow a = b + \frac{2}{3}$	1 1
24.	दिया है : (Given that) $y - \cos y = x$ $\Rightarrow y' + \sin y \cdot y' = 1$ $\Rightarrow y'(1 + \sin y) = 1$ $\Rightarrow y' = \frac{1}{1 + \sin y}$ Substituting the values of x and y' in the L.H.S. of given differential equation: x और y' के मान दिए हुए अवकल समीकरण के वाम पक्ष में रखने पर : $L.H.S. = (y \sin y + \cos y + x) y'$ $\Rightarrow (y \sin y + \cos y + y - \cos y) \frac{1}{1 + \sin y}$ $\Rightarrow y(1 + \sin y) \frac{1}{(1 + \sin y)} = y = R.H.S.$	1 1

	अथवा (OR) $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ $\Rightarrow \frac{dy}{1+y^2} = \frac{dx}{1+x^2}$ $\Rightarrow \int \frac{dy}{1+y^2} = \int \frac{dx}{1+x^2} + c$ $\Rightarrow \tan^{-1}y = \tan^{-1}x + c$	1 1
25.	Let mother (M), father(F), and son (S) line up for the family picture, then the sample space will be : माना माता(M), पिता(F), एवं पुत्र(S) पारिवारिक चित्र में खड़े हैं तो प्रतिदर्श समष्टि निम्नलिखित होगा: $S = \{MFS, MSF, FMS, FSM, SMF, SFM\}$ $E = \{MFS, FMS, SMF, SFM\}$ $F = \{MFS, SFM\}$ $E \cap F = \{MFS, SFM\}$ $P(E \cap F) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $P(F) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $P(E/F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = 1$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

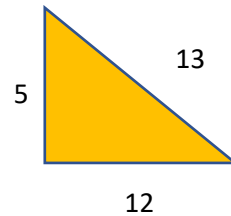
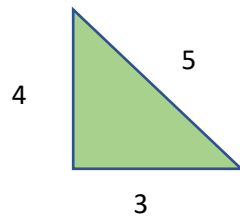
खंड - स

SECTION – C

(3×6=18)

26.	R.H.S= $\sin^{-1} \frac{5}{13} + \cos^{-1} \frac{3}{5}$	
-----	---	--

यहाँ Here $\sin^{-1} \frac{5}{13} = \tan^{-1} \frac{5}{12}$



1

और And $\cos^{-1} \frac{3}{5} = \tan^{-1} \frac{4}{3}$

$$\text{R.H.S} = \tan^{-1} \frac{5}{12} + \tan^{-1} \frac{4}{3}$$

$$= \tan^{-1} \left(\frac{\frac{5}{12} + \frac{4}{3}}{1 - \frac{5}{12} \times \frac{4}{3}} \right)$$

$$= \tan^{-1} \left(\frac{\frac{5+16}{12}}{1 - \frac{5}{9}} \right)$$

$$= \tan^{-1} \left(\frac{21/12}{4/9} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{21}{12} \times \frac{9}{4} \right)$$

$$= \tan^{-1} \frac{63}{16} = \text{L.H.S.}$$

1

1

अथवा (OR)

दिया है (Given that):

$$f: R \rightarrow \{x \in R: -1 < x < 1\}; f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$$

सिद्ध करना है: f एकैकी है

(To Prove : f is one - one)

Case 1: $x \geq 0$

तब (then) $|x| = x \Rightarrow f(x) = \frac{1}{1+x}$

माना Let $a, b \in R; a \geq 0, b \geq 0$ and $f(a) = f(b)$

$$\Rightarrow \frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$$

$$\Rightarrow a + ab = b + ab$$

$\frac{1}{2}$

	$\Rightarrow a = b$ Case 2: $x \leq 0$ तब (then) $x = -x \Rightarrow f(x) = \frac{1}{1-x}$ माना Let $a, b \in R ; a \leq 0, b \leq 0$ and $f(a) = f(b)$ $\Rightarrow \frac{a}{1-a} = \frac{b}{1-b}$ $\Rightarrow a - ab = b - ab$ $\Rightarrow a = b$ दोनों स्थितियों में(In both cases): $f(a) = f(b) \Leftrightarrow a = b$ $\Rightarrow f$ is one - one. (f एकैकी है) सिद्ध करना है: f आच्छादी है (To Prove : f is onto) Case 1: $y \leq 0$ $\forall y \in R ; -1 < y < 1 \exists x = \frac{y}{1+y} \in R$ such that $f\left(\frac{y}{1+y}\right) = \frac{\frac{y}{1+y}}{1 + \left \frac{y}{1+y}\right } = \frac{\frac{y}{1+y}}{1 + \left(\frac{-y}{1+y}\right)} = y \in R$ Case 2: $y \geq 0$ $\forall y \in R ; -1 < y < 1 \exists x = \frac{y}{1-y} \in R$ such that $f\left(\frac{y}{1-y}\right) = \frac{\frac{y}{1-y}}{1 - \left \frac{y}{1-y}\right } = \frac{\frac{y}{1-y}}{1 - \left(\frac{y}{1-y}\right)} = y \in R$ दोनों स्थितियों में(In both cases): $\Rightarrow f \text{ is onto. } (f \text{ आच्छादी है })$ So f is a one - one onto function. अतः f एक एकैकी आच्छादी फलन है	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$
27.	आव्यूह बीजगणित के प्रयोग द्वारा सभी पुस्तकों को बेचने पर प्राप्त कुल धनराशि :	

	The total amount of money that will be received from the sale of all these books can be represented in the form of matrix multiplication as : कुल धनराशि(Total Amount)=$12 \begin{bmatrix} 10 & 8 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 80 \\ 60 \\ 40 \end{bmatrix}$ $= 12[10 \times 80 + 8 \times 60 + 10 \times 40]$ $= 12[800 + 480 + 400]$ $= 12[1680] = 20160 \text{ Rs.}$	1.5 0.5 1
28.	दिया है (Given that): $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ $\Rightarrow f'(x) = 12x^3 + 12x^2 - 24x$ $\Rightarrow f'(x) = 12x(x - 1)(x + 2)$ $\Rightarrow f'(x) = 0 \text{ at } x = 0, x = 1, x = -2$ $\Rightarrow f''(x) = 36x^2 + 24x - 24 = 12(3x^2 + 2x - 2)$ $\Rightarrow \begin{cases} f''(0) = -24 < 0 \\ f''(1) = 36 > 0 \\ f''(-2) = 72 > 0 \end{cases}$ So by 2nd derivative test : द्वितीय अवकलज परीक्षण द्वारा: स्थानीय उच्चतम बिंदु (Point of local maxima): $x = 0$ f का स्थानीय उच्चतम मान (Local minimum value) : $f(0) = 12$ स्थानीय निम्नतम बिंदु (Points of local minima): $x = 1, -2$ f का स्थानीय निम्नतम मान (Local maximum value): $f(1) = 7, f(-2) = -20$	1 1 1
29.	यहाँ (Here): $f(x) = x \sin \pi x = \begin{cases} x \sin \pi x ; -1 \leq x \leq 1 \\ -x \sin \pi x ; 1 \leq x \leq \frac{3}{2} \end{cases}$ अब (Now) :	$\frac{1}{2}$

	$\int_{-1}^{\frac{3}{2}} x \sin \pi x dx = \int_{-1}^1 x \sin \pi x dx + \int_1^{\frac{3}{2}} -x \sin \pi x dx$ $= \int_{-1}^1 x \sin \pi x dx - \int_1^{\frac{3}{2}} x \sin \pi x dx$ $= \left[\frac{-x \cos \pi x}{\pi} + \frac{\sin \pi x}{\pi^2} \right]_{-1}^1 - \left[\frac{-x \cos \pi x}{\pi} + \frac{\sin \pi x}{\pi^2} \right]_1^{\frac{3}{2}}$ $= \frac{2}{\pi} - \left[-\frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{\pi} \right] = \frac{3}{\pi} + \frac{1}{\pi^2}$	$\frac{1}{2}$ 1 1
30.	At $x = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + 4 \tan x}{x} = \frac{0}{0} \text{ form}$ Applying L'Hospital Rule: L'Hospital नियम का प्रयोग करने पर : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 + 4 \sec^2 x}{1} = 3 + 4 = 7$ So at $x = 0$ for being continuous function should be redefined as: अतः $x = 0$ पर सतत बनाने के लिए फलन $f(x)$ को निम्न प्रकार से पुनर्परिभाषित किया जाना चाहिए : $f(x) = \begin{cases} \frac{3x + 4 \tan x}{x} & ; x \neq 0 \\ 7 & ; x = 0 \end{cases}$ तब Then $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 7$ So f is continuous at $x = 0$ अब f अब एक सतत फलन होगा	$\frac{1}{2}$ 1 1 $\frac{1}{2}$
31.	यहाँ (Here): $\overrightarrow{AB} = (2 - 1)\hat{i} + (6 - 2)\hat{j} + (3 - 7)\hat{k} = \hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k}$	

	$\overrightarrow{BC} = (3 - 2)\hat{i} + (10 - 6)\hat{j} + (-1 - 3)\hat{k}$ $= \hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k}$ $\overrightarrow{CA} = (3 - 1)\hat{i} + (10 - 2)\hat{j} + (-1 - 7)\hat{k}$ $= 2\hat{i} + 8\hat{j} - 8\hat{k}$ $ \overrightarrow{AB} = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-4)^2} = \sqrt{33}$ $ \overrightarrow{BC} = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-4)^2} = \sqrt{33}$ $ \overrightarrow{CA} = \sqrt{2^2 + 8^2 + (-8)^2} = \sqrt{33 \times 4} = 2\sqrt{33}$ अब तीनों बिंदु संरेखी होंगे यदि (Now these three points will be collinear if): $ \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} $ $2\sqrt{33} = \sqrt{33} + \sqrt{33} \text{ which is true. (जो कि सत्य है)}$	1 1 1
--	--	----------------------------

खंड - द

SECTION - D

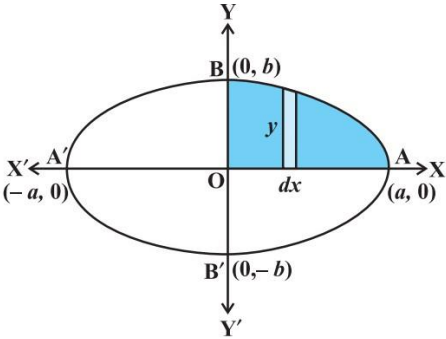
(5×4=20)

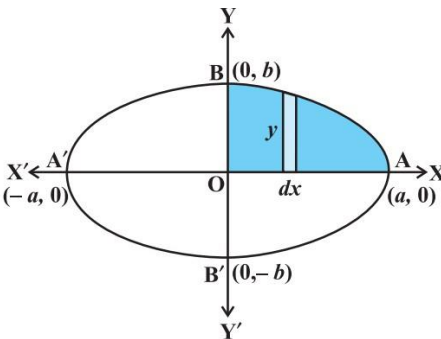
32.	माना तीन संख्याएं (Let the three numbers are) = x, y, z प्रश्नानुसार (According to question): $x + y + z = 6$ $y + 3z = 11$ $x + z = 2y \Rightarrow x - 2y + z = 0$ इस निकाय को निम्नलिखित के रूप में लिखा जा सकता है : This system of equations can be written as: $AX = B, \text{ where जहाँ}$ $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 6 \\ 11 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A = 1(1 + 6) - 1(0 - 3) + 1(0 - 1)$ $\Rightarrow A = 7 + 3 - 1 = 9 \neq 0$ अब (Now): $A_{11} = 7, A_{12} = 3, A_{13} = -1$ $A_{21} = -3, A_{22} = 0, A_{23} = 3$ $A_{31} = 2, A_{32} = -3, A_{33} = 1$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 1
-----	---	--

	$\text{adj } A = \begin{bmatrix} 7 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & -3 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ इस प्रकार (Thus): $A^{-1} = \frac{1}{ A } \cdot \text{adj } A = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 7 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & -3 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ क्योंकि (Since): $X = A^{-1}B = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 7 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & -3 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 11 \\ 0 \end{bmatrix}$ $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ इस प्रकार (Thus): $x = 1, y = 2, z = 3$	$\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$ 1
	अथवा (OR) इस निकाय को निम्नलिखित के रूप में लिखा जा सकता है : The given system of equations can be written as: $AX = B, \text{ where जहाँ}$ $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & -5 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3/2 \\ 9 \end{bmatrix}$ $ A = 34 \neq 0$ $\Rightarrow A^{-1} \text{ exists (उपस्थित होगा)}$ Co-factors of A are : A के सहखंडज : $A_{11} = 13, A_{12} = 5, A_{13} = 3$ $A_{21} = 8, A_{22} = -10, A_{23} = -6$ $A_{31} = 1, A_{32} = 3, A_{33} = -5$ $\Rightarrow \text{adj } A = \begin{bmatrix} 13 & 8 & 1 \\ 5 & -10 & 3 \\ 3 & -6 & -5 \end{bmatrix}$	1 1 $\frac{1}{2}$

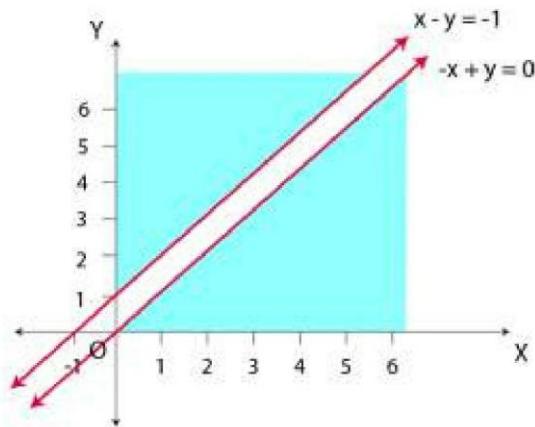
	$\Rightarrow A^{-1} = \frac{\text{adj } A}{ A } = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 13 & 8 & 1 \\ 5 & -10 & 3 \\ 3 & -6 & -5 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow X = A^{-1}B = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 13 & 8 & 1 \\ 5 & -10 & 3 \\ 3 & -6 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3/2 \\ 9 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow X = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 13 + 12 + 9 \\ 5 - 15 + 27 \\ 3 - 9 - 45 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow X = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 34 \\ 17 \\ -51 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \\ -3/2 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \\ -3/2 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow x = 1, y = \frac{1}{2}, z = -\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$ 1 1
33(a).	We note that $x^3 - x \geq 0$ on $[-1,0]$ and $x^3 - x \leq 0$ on $[0,1]$ and that $x^3 - x \geq 0$ on $[1,2]$, So हम देखते हैं कि $[-1,0]$ पर $x^3 - x \geq 0$ तथा $[0,1]$ पर $x^3 - x \leq 0$ तथा $[1,2]$ पर $x^3 - x \geq 0$ अतः $I = \int_{-1}^2 x^3 - x dx$ $= \int_{-1}^0 (x^3 - x) dx + \int_0^1 (x - x^3) dx + \int_1^2 (x^3 - x) dx$ $= \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right]_{-1}^0 + \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right]_0^1 + \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right]_1^2$	

33(b).	$\Rightarrow I = -\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + (4 - 2) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) = \frac{11}{4}$ $I = \int \sqrt{\frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}} dx$ माना (Let) $x = \cos^2 \theta \Rightarrow dx = -2\sin\theta \cos\theta d\theta$ $I = \int \sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}} (-2\sin\theta \cos\theta) d\theta$ $I = -2 \int \sqrt{\frac{2\sin^2 \frac{\theta}{2}}{2\cos^2 \frac{\theta}{2}}} (\sin\theta)(\cos\theta) d\theta$ $= -2 \int \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}} (2\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}) \cos\theta d\theta$ $= -4 \int \sin^2 \frac{\theta}{2} \cos\theta d\theta$ $= -4 \int \sin^2 \frac{\theta}{2} \left(2\cos^2 \frac{\theta}{2} - 1\right) d\theta$ $= -8 \int \sin^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} d\theta + 4 \int \sin^2 \frac{\theta}{2} d\theta$ $= -2 \int \sin^2 \theta d\theta + 4 \int \sin^2 \frac{\theta}{2} d\theta$ $= - \int (1 - \cos 2\theta) d\theta + 2 \int (1 - \cos \theta) d\theta$ $I = -\left[\theta - \frac{\sin 2\theta}{2}\right] + 2[\theta - \sin\theta]$ $= \theta + \sin\theta \cos\theta - 2\sin\theta + C$ $= \theta + \sin\theta(\cos\theta - 2) + C$ $I = \cos^{-1} \sqrt{x} + \sqrt{1 - \cos^2 \theta} (\sqrt{x} - 2) + C$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$
--------	--	---

33(a_)	$I = \cos^{-1}\sqrt{x} + \sqrt{1-x}(\sqrt{x}-2) + C$ अथवा (OR) Given ellipse is : दिया गया दीर्घवृत्त : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $\Rightarrow y = \pm b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$ आकृति में (in figure) : $a = \text{semi major axis (अर्द्ध दीर्घ अक्ष)},$ $b = \text{semi minor axis (अर्द्ध लघु अक्ष)}$  Required Area (वांछित क्षेत्रफल) $= A = 4 \cdot \int_0^a y \cdot dx$ $A = 4 \int_0^a \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{4b}{a} \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$ $\Rightarrow A = \frac{4b}{a} \left[\frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a} \right]_0^a$ $A = \frac{4b}{a} \left[\frac{a^2}{2} \times \frac{\pi}{2} \right] = \pi ab \text{ square units.}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$
--------	--	---

33(b)	Given ellipse is : दिया गया दीर्घवृत्त : $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\Rightarrow y = \pm 2 \sqrt{1 - \frac{x^2}{9}} = \pm \frac{2}{3} \sqrt{2^2 - x^2}$ आकृति में (in figure) : $a = \text{semi major axis (अर्द्ध दीर्घ अक्ष)} = \frac{6}{2} = 3,$ $b = \text{semi minor axis (अर्द्ध लघु अक्ष)} = \frac{4}{2} = 2$  Required Area (वांछित क्षेत्रफल) = $A = 4 \cdot \int_0^3 y \cdot dx$ $A = 4 \int_0^3 \frac{2}{3} \sqrt{3^2 - x^2} dx = \frac{8}{3} \int_0^3 \sqrt{3^2 - x^2} dx$ $\Rightarrow A = \frac{8}{3} \left[\frac{x}{2} \sqrt{3^2 - x^2} + \frac{3^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{3} \right]_0^3$ $A = \frac{8}{3} \left[\frac{9}{2} \times \frac{\pi}{2} \right] = 6\pi \text{ square units.}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$
34.	Here (यहाँ): $\vec{r} = (1 - t)\hat{i} + (t - 2)\hat{j} + (3 - 2t)\hat{k}$ $\vec{r} = (s + 1)\hat{i} + (2s - 1)\hat{j} - (2s + 1)\hat{k}$ $\vec{r} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k} + t(-\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})$ $\vec{r} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k} + s(\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$	$\frac{1}{2}$

	$\vec{a}_1 = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}, \quad \vec{b}_1 = -\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ $\vec{a}_2 = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}, \quad \vec{b}_2 = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ $\vec{a}_2 - \vec{a}_1 = \hat{j} - 4\hat{k}$ $\vec{b}_1 \times \vec{b}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 2\hat{i} - 4\hat{j} - 3\hat{k}$ $S.D. = \frac{ (\vec{b}_1 \times \vec{b}_2) \cdot (\vec{a}_2 - \vec{a}_1) }{ \vec{b}_1 \times \vec{b}_2 }$ $\text{न्यूनतम दूरी (S.D.)} = \frac{ (2\hat{i} - 4\hat{j} - 3\hat{k}) \cdot (\hat{j} - 4\hat{k}) }{ \sqrt{4 + 16 + 9} }$ $S.D. = \left \frac{8}{\sqrt{29}} \right = \frac{8}{\sqrt{29}} \text{ units}$	1 1 1 1 1/2
	अथवा (OR) The vector equation of a line passing through a point with position vector $\vec{a}$ and parallel to a vector $\vec{b}$ is given by : दिए गए बिंदु $\vec{a}$ से जाने वाली तथा दिए गए सदिश $\vec{b}$ के समांतर रेखा का समीकरण: $\vec{r} = \vec{a} + \lambda \vec{b}$ Given that (दिया है): $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ Direction vectors of given two lines : दी हुई दोनों रेखाओं के दिक् सदिश: $\vec{b}_1 = 3\hat{i} - 16\hat{j} + 7\hat{k}$ $\vec{b}_2 = 3\hat{i} + 8\hat{j} - 5\hat{k}$ $\vec{b}_1 \times \vec{b}_2$ will be perpendicular to both $\vec{b}_1$ and $\vec{b}_2$. $\vec{b}_1 \times \vec{b}_2$ दोनों $\vec{b}_1$ और $\vec{b}_2$ के लम्ब सदिश होगा। Now (अब) :	1 1 1



Conclusion:

There is no feasible region. So Z has no maximum value for the given system.

निष्कर्ष : यहां कोई सुसंगत क्षेत्र नहीं है अतः Z का कोई अधिकतम मान नहीं है।

अथवा (OR)

Objective function (उद्देश्य फलन) :

$$Z = -50x + 20y$$

Given constraints are:

दिए गए अवरोध:

$$x \geq 0, 2x - y \geq -5, 3x + y \geq 3, 2x - 3y \leq 12, y \geq 0$$

Consider the system of lines according to given constraints:

दिए गए अवरोधों के अनुसार रैखिक समीकरणों का

निकाय:

$$2x - y = -5$$

x	1	0
y	7	5

$$3x + y = 3$$

x	1	0
y	0	3

2

1

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

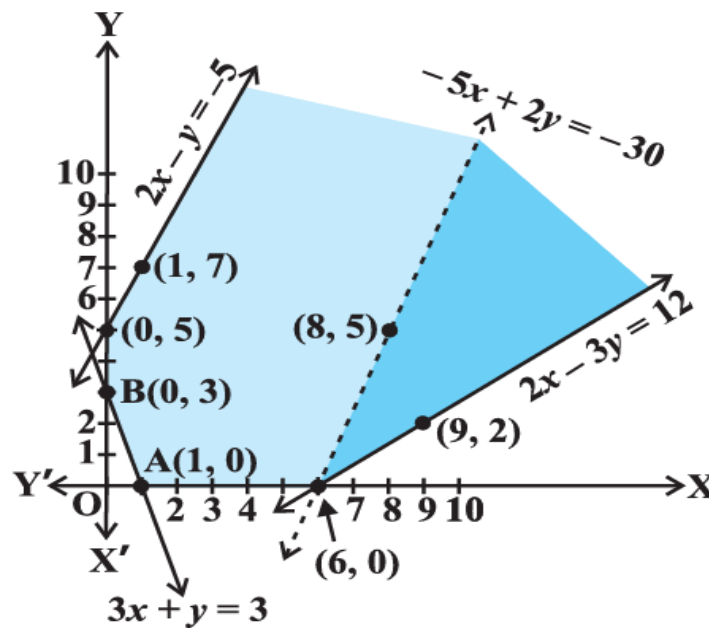
$$2x - 3y = 12$$

x	6	9
y	0	2

$\frac{1}{2}$

Corner Point (शीर्ष बिंदु)	$Z = -50x + 20y$ Z का मान(Value of Z)
(6,0)	-300(smallest)
(0,5)	100
(0,3)	60
(1,0)	-50

1



1

Since feasible region is unbounded so we have to graph the inequality $Z < -300$

$$-50x + 20y = -300 \Rightarrow -5x + 2y = -30$$

x	6	9
y	0	2

from which we find that resulting region has points in common with U.F.R.

So Z has no maximum value.

क्योंकि सुसंगत क्षेत्र असीमित है अतः हमें $Z < -300$

का आलेख बनाना होगा

$$-50x + 20y = -300 \Rightarrow -5x + 2y = -30$$

x	6	9
y	0	2

जिससे हम ये पाते हैं कि $Z < -300$ का सुसंगत क्षेत्र में कुछ साँझा क्षेत्र भी है अतः Z का कोई भी अधिकतम मान नहीं हो सकता ।

$\frac{1}{2}$

1

खंड - ल

SECTION – E

(4×3=12)

36.	Here (यहां) : (a) Depth of tank (टैंक की गहराई) = 2 m = H Volume of tank (टैंक का आयतन) = 8 m^3 So area of base of tank (टैंक के आधार का क्षेत्रफल) = $8/2 = 4 \text{ m}^2 = LB$ Rate of building the base (आधार के निर्माण की दर) = 70 Rs/m² Total cost (कुल कीमत) = $70 \times 4 = 280 \text{ Rs.}$ (b) $LB = 4$ $B = \frac{4}{L}$ Area of four walls (चार दीवारों का क्षेत्रफल) = $2H(L+B)$ $\Rightarrow A = 2 \times 2 \left(L + \frac{4}{L} \right) = 4 \left(L + \frac{4}{L} \right)$ $\Rightarrow PUT \frac{dA}{dL} = 4 \left(1 - \frac{4}{L^2} \right) = 0$ $\Rightarrow L = 2 \Rightarrow B = \frac{4}{2} = 2$ $Now \frac{d^2A}{dL^2} = \frac{32}{L^3} = 4 > 0 \text{ at } L = 2$ So minimum area of 4 walls (अतः चारों दीवारों का न्यूनतम क्षेत्रफल) = $2H(L+B) = 16 \text{ m}^2$ Min Cost of building walls (चार दीवारों के निर्माण की कुल कीमत) = $16 \times 45 = 720 \text{ Rs.}$ (c). Cost of least expensive tank (न्यूनतम लागत से बनी टंकी की कुल लागत) = $280 + 720 = 1000 \text{ Rs.}$	1 1 1 1
37.	दिया हुआ समीकरण: Given equation is : $y = 4x - \frac{1}{2}x^2, x \leq 3$	

(a)	Rate of growth of the plant with respect to no. of days exposed to the sunlight(सूर्य का प्रकाश उपलब्ध होने वाले दिनों के सापेक्ष पौधे की वृद्धि की दर) :	1
	$\frac{dy}{dx} = 4 - x$	
(b)	Here(यहाँ):	
	$\frac{dy}{dx} = 4 - x$	
	$\frac{d^2y}{dx^2} = -1 < 0$	1
	$\Rightarrow \frac{dy}{dx} \text{ decreases.}$	
	So Rate of growth of the plant will decrease in the first three days. अतः पहले तीन दिनों में पौधे की वृद्धि की दर घटेगी।	1
(c)	Height of plant after two days (दो दिन बाद पौधे की ऊंचाई) :	
	Putting $x = 0$ in given equation (दिए हुए समीकरण में $x = 0$ रखने पर)	
	$y = 4x - \frac{1}{2}x^2 = 4(2) - \frac{1}{2}(2)^2 = 6 \text{ cm}$	1
38.	Let event E_1 = patient follows yoga and meditation course. E_2 = patient follows prescription of certain drug A = patient suffers from a heart attack. So $P(E_1) = P(E_2) = \frac{1}{2}$, $P(A) = \frac{40}{100}$	
(a)	Now $P\left(\frac{A}{E_1}\right)$ = Probability of suffering a patient from heart attack after following yoga and meditation.) Then $P\left(\frac{A}{E_1}\right)$	

	$= \text{Given } 40\% - \text{reduced by } 30\% \text{ of } 40\%$ $= \frac{40}{100} - \frac{30}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{28}{100}$	1
(b)	Now $P\left(\frac{A}{E_2}\right) = \text{Probability of suffering a patient from heart attack after using drug}$ Then $P\left(\frac{A}{E_2}\right)$ $= \text{Given } 40\% - \text{reduced by } 25\% \text{ of } 40\%$ $= \frac{40}{100} - \frac{25}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{30}{100}$	1
(c)	Using Bayes' Theorem: Now $P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \text{Probability of a patient followed yoga and meditation course given that he had a heart attack.}$ $P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{28}{100}}{\frac{1}{2} \times \frac{28}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{30}{100}} = \frac{14}{29}$ माना घटना $E_1 =$ रोगी ने ध्यान और योग को अपनाया $E_2 =$ रोगी ने दवाई को अपनाया $A =$ रोगी को दिल का दौरा पड़ना इसलिए $P(E_1) = P(E_2) = \frac{1}{2}$, $P(A) = \frac{40}{100}$	2
(a)	अब $P\left(\frac{A}{E_1}\right) = \text{योग और ध्यान को अपनाने के बाद भी दिल के दौरे से ग्रसित होने की प्रायिकता}$ तब $P\left(\frac{A}{E_1}\right)$ $= \text{दिया हुआ } 40\% - 40\% \text{ में } 30\% \text{ की कमी}$	

	$= \frac{40}{100} - \frac{30}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{28}{100}$	1
(b)	अब $P\left(\frac{A}{E_2}\right) = \text{दवाई को अपनाने के बाद भी दिल के दौरों से ग्रसित होने की प्रायिकता}$ तब $P\left(\frac{A}{E_2}\right)$ $= \text{दिया हुआ } 40\% - 40\% \text{ में } 25\% \text{ की कमी}$ $= \frac{40}{100} - \frac{25}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{30}{100}$	1
(c)	बेज प्रमेय का प्रयोग करने पर : अब $P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \text{योग और ध्यान का उपयोग किए जाने की प्रायिकता}$ जबकि दिया है कि रोगी को दिल का दौरा पड़ा है . $P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{28}{100}}{\frac{1}{2} \times \frac{28}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{30}{100}} = \frac{14}{29}$	2